УДК 624.21
UDC 624.21

DOI: 10.33744/0365-8171-2022-111-133-139

ВИЗНАЧЕННЯ СТИСНУТОЇ ГЛИБИНИ ПОТОКУ В ПІДМОСТОВОМУ РУСЛІ МАЛОГО МОСТУ

DETERMINATION OF THE COMPRESSED FLOW DEPTH IN THE BRIDGEHEAD OF A SMALL BRIDGE

Башкевич Ірина Василівна*, кандидат технічних наук, Національний транспортний університет, кафедра «Мости, тунелі та гідротехнічні споруди», доцент,*
e-mail: iv.bashkevych@gmail.com, +380509292285,

https://orcid.org/0000-0001-7640-4317

Євсейчик Юрій Борисович*, кандидат фізико-математичних наук, Національний транспортний університет, кафедра «Мости, тунелі та гідротехнічні споруди», доцент,*
e-mail: jura_ntu@ukr.net, +380442807978,

https://orcid.org/0000-0002-3507-4734

Медведєв Костянтин Володимирович*, кандидат фізико-математичних наук, Національний транспортний університет, кафедра «Мости, тунелі та гідротехнічні споруди», професор, професор,*
e-mail: kvmedvediev@gmail.com, +380442807978,

https://orcid.org/0000-0002-0704-7093

Паровенко Оксана Микитівна, *кандидат технічних наук, Національний транспортний університет, кафедра «Мости, тунелі та гідротехнічні споруди», доцент,*
e-mail:olen[k.lia@gmail.com +380442807978,

https://orcid.org/0000-0001-8872-8415

Анотація. Вступ. Гідравлічний розрахунок мостів є одним з найважливіших етапів визначення його основних геометричних параметрів. Отже такий розрахунок має базуватись на точних рівняннях гідравліки, які характеризують поведінку водного потоку. Станом на даний час гідравлічний розрахунок малого мосту базується на емпірично встановленій залежності, яка полягає в тому, що стиснута глибина під мостом hc зв'язана з підпором H приблизною залежністю hc $\approx$ 0,5H і є такою, що незалежить від величини стиснення потоку мостовим переходом. У даній роботі було теоретично доведено, що приймаючи таке співвідношення між глибинами, є можливість отримати достатньо великі неточності при визначенні глибини в стиснутому перерізі hc, а значить і, як наслідок, у визначенні швидкості у розрахунковому перерізі підмостового русла.

Результати. На підставі трьох основних законів фізики, а саме: закону збереження маси (рівняння нерозривності), закону збереження енергії (рівняння Бернуллі), закону зміни імпульсу (рівняння теореми о зміні імпульсу), отримано аналітичну залежність, яка встановлює зв'язок між параметрами стиснутої глибини hc і підпору H при різному значенні ступеня стиснення потоку ε. На основі цієї залежності було отримано рівняння, яке встановлює зв'язок між витратою потоку Q та напором перед мостом H. Отримане рівняння є подібним за формою до рівняння витрати через водозлив з широким порогом, з тією різницею, що коефіцієнт витрати m(ε) в отриманому рівнянні залежить від ступеня стиснення потоку.

Висновки. В роботі було отримано рівняння для визначення витрати крізь отвір малого мосту з урахуванням ступеня стиснення потоку. Показано, що отримане рівняння співпадає за формою з рівнянням витрати, яке визначає витрату через водозлив з широким порогом. Різниця між цими рівняннями полягає в тому, що коефіцієнт витрати m(ε) є функцією від коефіцієнта стиснення потоку ε. Використовуючи граничний перехід було отримано, що коефіцієнт витрати m(ε) може змінюватись у межах від 1/3 √(2/3) до √0,5. Наведено графіки, які дозволяють проаналізувати зміну гідравлічних характеристик потоку в залежності від коефіцієнта стиснення ε.

Ключові слова: рівномірний рух, малий міст, стиснута глибина, затоплення, рівняння нерозривності, рівняння Д. Бернулі, теорема зміни кількості руху

Вступ

Проблема: малі мости – найбільш поширені транспортні споруди на автомобільних дорогах України. Порівняно з іншими об’єктами дорожньої інфраструктури вартість мостових споруд має більш значний вплив на кошторисні показники комплексу дорожнього будівництва в цілому. Тому їхній розрахунок є надзвичайно важливим фактором з економічної і безпекової точки зору. Однією із складових розрахунку мостової споруди – є розрахунок мосту на дію водного потоку.

Гідравлічний розрахунок малого мосту умовно можна поділити на такі етапи:

1) обґрунтування величини витрати Q заданої імовірності;

2) розрахунок отвору мосту b;

3) вибір кріплення підмостового русла.

Мета роботи: отримати рівняння для визначення витрати крізь отвір малого мосту з урахуванням стиснення потоку.

Витрату потоку Q визначають на основі гідрологічних та гідрометричних вимірювань. Передбачається, що в цій роботі її значення вважається відомим. Що стосується отвору мосту, то в більшості випадків гідравлічних розрахунків він визначається з формули для визначення витрат водозливу з широким порогом:

$$Q = mb\sqrt{2g}H^{3/2}, \tag{1}$$

де H – напір перед мостом, розрахункове значення якого визначається в залежності від висоти насипу мосту;

m – коефіцієнт витрати, який залежить від форми стоянів мосту та конусів насипу, і його значення може змінюватися, як показує експеримент, у межах від 0,32 до 0,38. Отже, у випадку, коли відомі значення величин Q і m із формули (1) отримуємо отвір мосту:

$$b = \frac{Q}{m\sqrt{2g}H^{3/2}}.$$

Вибір кріплення підмостового русла залежить від максимальної швидкості потоку V_{max}. Відповідно до рівняння нерозривності максимальна швидкість буде спостерігатись у перерізі з найменшою (стиснутою) глибиною h_c і для прямокутного русла дорівнюватиме:

$$V_{\max} = V_c = \frac{Q}{bh_c}. \tag{2}$$

Отже для розрахунку максимальної швидкості слід визначити стиснуту глибину потоку h_c. Станом на сьогодні [1-3] в більшості випадків гідравлічних розрахунків малого мосту використовують емпірично встановлену залежність:

$$h_c \approx 0{,}5H. \tag{3}$$

Особливістю розрахункових залежностей (1) і (3) є те, що вони не враховують величину стиснення (відносну зміну ширини) потоку під малим мостом. Це може привести до суттєвої похибки у визначенні стиснутої глибини потоку і, як наслідок, максимальної швидкості та отвору мосту, що і буде доведено нижче.

На рисунку 1 представлено схему протікання потоку під малим мостом з вертикальними стінками стоянів.

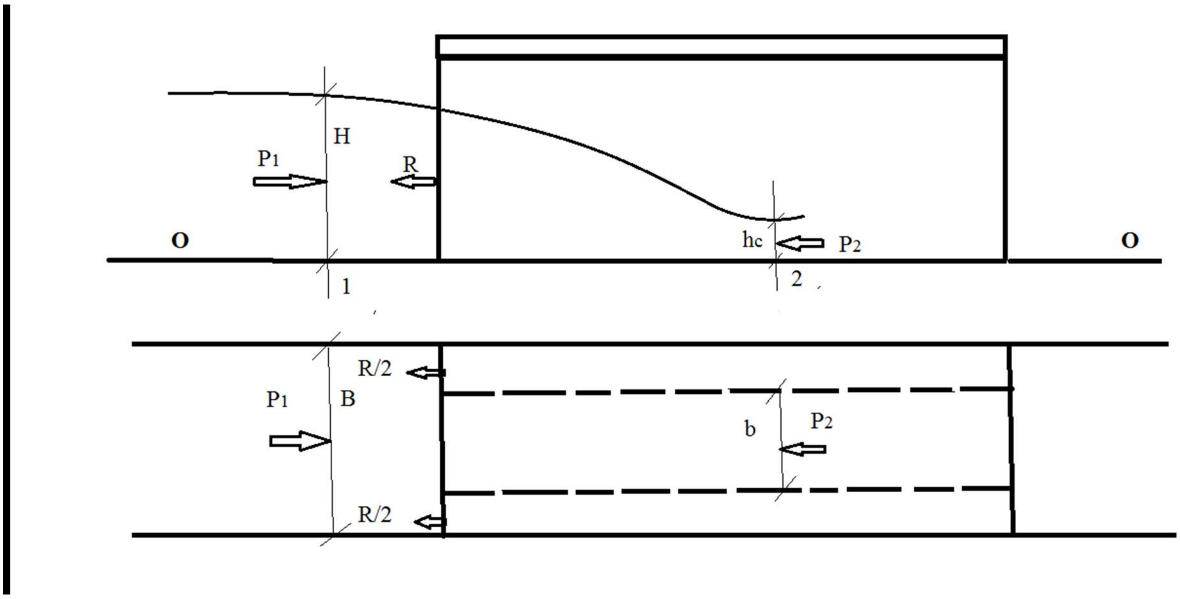

Рисунок 1 – Схема вільного протікання потоку під мостом
Figure 1 – Scheme of free flow under the bridge

Переріз потоку найменшої глибини прийнято називати *стиснутим* перерізом, а відповідну глибину – *стиснутою глибиною* h_c . Швидкість потоку у стиснутому перерізі позначено V_c . На рисунку 1 представлено найбільш розповсюджену розрахункову схему – схему вільного (без підтоплення) протікання потоку в підмостовому руслі. З огляду на те, що стиснута глибина h_c є найменшою глибиною, то відповідна їй швидкість V_c буде найбільшою в потоці. Саме за цією швидкістю і визначається можливість розмиву підмостового русла.

У роботі на основі загальних теорем гідравліки [4-6] отримано аналітичне рівняння, яке відображає зв'язок між h_c і H, залежно від величини стиснення потоку під мостом.

Розглянемо прямокутне русло, ширина якого змінюється від значення B (перед мостом) до значення b (під мостом) ($b < B$). Розглянемо два перерізи потоку: переріз 1 (рис.1), який обрано в створі з найбільшим підпором H перед мостом (у більшості випадків ця величина вважається відомою) і переріз 2 (рис.1), який співпадає із стиснутим перерізом завглибшки h_c (рис.1). Для визначення залежності між величинами h_c і H будемо використовувати такі рівняння:

– рівняння нерозривності потоку

$$Q = V_1\omega_1 = V_c\omega_2, \tag{4}$$

де V_1, V_c – середні швидкості в перерізах 1 і 2;

ω_1, ω_2 – площі поперечних перерізів потоку 1 та 2 відповідно.

Площі ω_1, ω_2 дорівнюють:

$$\omega_1 = BH \ , \ \omega_2 = bh_c ,$$

– рівняння Бернуллі, для точок на вільній поверхні потоку в перерізах 1 і 2 відносно горизонтальної площини порівняння *O-O* (рис.1). Вважається, що площина *O-O* співпадає з площиною дна русла. Втратами енергії на ділянці між перерізами 1 і 2 нехтується (використовується модель ідеальної рідини):

$$H+\frac{V_1^2}{2g}=h_c+\frac{V_c^2}{2g}, \tag{5}$$

– рівняння, яке виражає відому теорему механіки про зміну кількості руху[7,8].

$$\Delta KP = \sum IC, \tag{6}$$

де ΔKP– зміна кількості руху рідини, яка протікає через відсік між перерізами 1 і 2 за певний проміжок часу;

$\sum IC$ – сума імпульсів зовнішніх сил, прикладених до даного відсіку за цей же проміжок часу.

Ураховуючи, що потік горизонтальний, а також те, що зовнішнім тертям на ділянці між перерізами 1 і 2 можна знехтувати, з теореми (6) маємо:

$$\rho V_c^2\omega_2-\rho V_1^2\omega_1=P_1-R-P_2, \tag{7}$$

де P_1 , P_2 – гідростатичні сили тиску, які прикладено в перерізах 1 і 2 відповідно;

R- реакція стінок прямокутного русла при зменшенні ширини потоку від B до b (рис.1).

Згідно з законами гідростатики ці величини дорівнюють:

$$P_1 = p_1\,\omega_1;\ P_2 = p_2\,\omega_2;\ R=p_1H(B-b),$$

де $p_1=\rho g\frac{H}{2}$, $p_2=\rho g\frac{h_c}{2}$ – тиски в центрі відповідного перерізу 1 та 2.

Таким чином рівняння (7) можна записати у вигляді

$$\rho V_c^2\ bh_c - \rho V_1^2\ BH = \rho g\frac{H}{2}HB - \rho g\frac{H}{2}H(B-b) - \rho g\frac{h_c}{2}h_cb\ . \tag{8}$$

Після нескладних перетворень і скорочення на ρ із (8) отримуємо:

$$V_c^2\ bh_c - V_1^2\ BH = \frac{gb}{2}(H^2 - h_c^2)\ . \tag{9}$$

Введемо позначення

$$\varepsilon=\frac{b}{B},\ k=\frac{h_c}{H}, \tag{10}$$

де коефіцієнт ε будемо називати коефіцієнтом стиснення потоку.

З рівняння нерозривності (4) маємо:

$$V_1=\varepsilon kV_c\,. \tag{11}$$

З рівняння Бернуллі (5), а також враховуючи (10) і (11) неважко отримати:

$$V_c^2=\frac{2gH(1-k)}{1-\varepsilon^2k^2};\qquad V_1^2=\frac{\varepsilon^2k^2\,2gH(1-k)}{1-\varepsilon^2k^2}. \tag{12}$$

Підставляючи вирази (12) у рівняння (9) маємо:

$$\frac{2gH(1-k)\varepsilon k(1-\varepsilon k)}{1-\varepsilon^2k^2}=\frac{g\varepsilon H}{2}(1-k^2). \tag{13}$$

Після очевидних скорочень і перетворень з (13) отримуємо квадратне рівняння для визначення величини *k:*

$$\varepsilon k^2 - (3-\varepsilon)k + 1 = 0. \quad (14)$$

Оскільки коефіцієнт k не може бути більше одиниці, фізичний зміст має тільки корінь рівняння (14), який менший за одиницю,тому:

$$k = \frac{(3-\varepsilon) - \sqrt{(3-\varepsilon)^2 - 4\varepsilon}}{2\varepsilon} \quad (15)$$

Коефіцієнт стиснення потоку ε змінюється від 1 (у випадку $b=B$) до 0 (коли $b \ll B$). Тому k , як бачимо з рівняння (14), може змінюватися у межах:

$$\frac{1}{3} \le k \le 1.$$

На рисунку 2 представлено залежність $k(\varepsilon)$ від ε , яку розраховано за формулою (15).

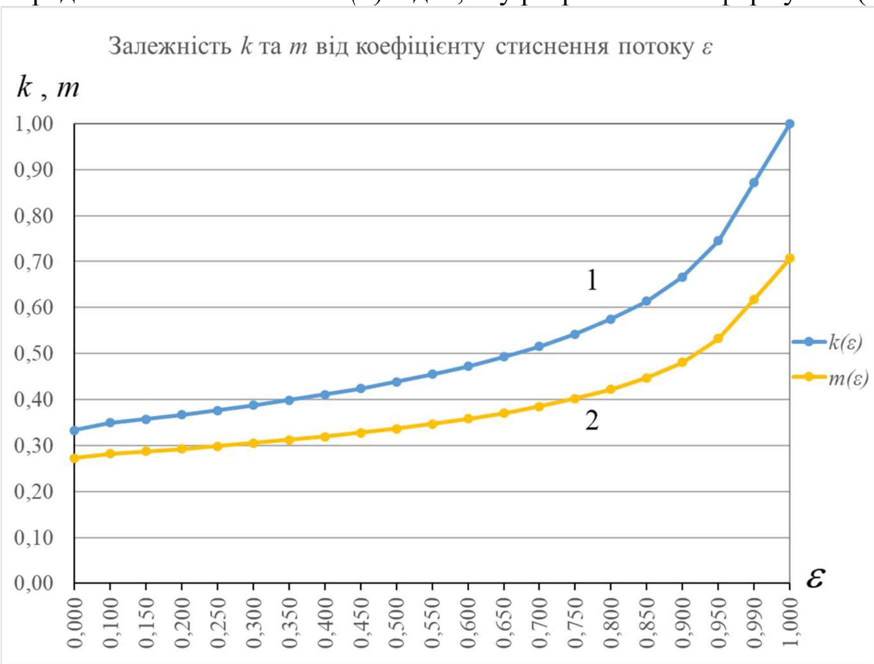

Рисунок 2 – Графіки залежності: 1 - $k(\varepsilon)$ та 2 - $m(\varepsilon)$
Figure 2 – Graphs of dependence: 1 - k (ε) and 2 - m (ε)

Як видно з наведеного графіка, значенню k=0,5 відповідає коефіцієнт стиснення $\varepsilon \approx 0{,}7$. Тому за інших значень ε (як більших, так і менших за 0,7) емпірична залежність (3) може привести до значних неточностей у визначенні стиснутої глибини h_c у підмостовому руслі.

Маючи певне значення коефіцієнта стиснення ε можемо визначити (графічно або за формулою (15)) відповідне значення $k(\varepsilon)$ і розрахувати стиснуту глибину потоку під мостом залежно від величини підпору перед мостом H.

У більшості практичних випадків, у задачах задано не величина підпору H , а витрата потоку Q. Для визначення функціонального зв'язку між H та Q скористаємось рівнянням (4).

Враховуючи рівності (10) і (12), рівність (4) можна записати у вигляді

$$Q = m(\varepsilon) b \sqrt{2g} H^{3/2}, \quad (16)$$

до якої введено позначення:

$$m(\varepsilon) = \sqrt{\frac{(1-k)k^2}{1-\varepsilon^2 k^2}} . \quad (17)$$

Структура рівняння (16) аналогічна до структури формули (1), яка визначає витрату потоку через водозлив, тому за аналогією параметр $m(\varepsilon)$ можна називати коефіцієнтом витрати. Оскільки величина k визначається за рівнянням (15), коефіцієнт витрати $m(\varepsilon)$ залежить тільки від параметра стиснення потоку ε. Графік залежності $m = m(\varepsilon)$ представлено на рисунку 2 (лінія 2).

Таким чином, користуючись залежностями (15) - (17), при заданих коефіцієнтах стиснення русла ε та значенні величини витрати Q, можемо визначити підпір перед мостом H , а також стиснуту глибину потоку h_c. Очевидно, що H і h_c залежать від величин Q та ε. Ті ж самі залежності (15) – (17) використовуються і при визначенні необхідного отвору мосту b при заданих Q та максимальному підпорі перед мостом H.

Висновки

Базуючись на основних рівняннях гідромеханіки: рівнянні нерозривності потоку; рівнянні Бернуллі; рівнянні теореми зміни кількості руху, в роботі отримано функцію для визначення коефіцієнту $k(\varepsilon)$ в залежності від величини стиснення потоку $\varepsilon = \dfrac{b}{B}$ під малим мостом. З побудованого графіка $k(\varepsilon)$ видно, що k змінюється від 1/3, якщо $\varepsilon = 0$ (B=∞) , до k =1 при $\varepsilon = 1$ (B=b). Це свідчить, що використання емпіричної залежності $k = \dfrac{h_c}{H}$ = 0,5 може привести (особливо за великих або малих значеннях ε) до значних помилок у визначенні стиснутої глибини h_c, а значить і максимальної швидкості потоку V_c.

Також на основі функції $k(\varepsilon)$ отримано рівняння для визначення витрати крізь отвір малого мосту (16). Показано, що рівняння (16) співпадає за формою з рівнянням (1), яке визначає витрату через водозлив з широким порогом. Різниця між цими рівняннями полягає в тому, що коефіцієнт витрати $m(\varepsilon)$ є функцією від коефіцієнта стиснення ε. Використовуючи граничний перехід отримано, що $m(\varepsilon)$ може змінюватись у межах від $\frac{1}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}$ до $\sqrt{0{,}5}$.

Перелік посилань

1. Большаков В.А., Курганович А.А. Гидрологические и гидравлические расчеты малых дорожных сооружений. Киев. Вища школа.,1983, 280с.
2. Ткачук С.Г. Гідравліка, гідрологія, гідрометрія. Київ. «Кафедра»,2013,-391с.
3. Справочник по гидравлике. Большаков В.А., Константинов Ю.М., Попов В.Н. и др. 4-е изд.-К.: Вища школа,1984.- 342с.
4.Константинов Н.М.,Петров Н.А., Высоцкий Л.И. Гидравлика, гидрология гидрометрия. Специальные вопросы.Ч.2. – М. Высшая школа,1987.-432с.
5.Константинов Ю.М. Гидравлика. К.: Вища школа. 1988. - 398с.
6.Чертоусов М.Д. Гидравлика. Специальный курс, 4-е изд.-М. Госэнергоиздат.1962 . – 630с.
7. Константінов Ю.М.,Гіжа О.О. Технічна механіка рідини та газу. –К.:Вища школа.-2002.-227с.
8. Чугаев Р.Р. Гидравлика. -4-е узд.-Л.: Энергоиздат,1982. -670с

DETERMINATION OF THE COMPRESSED FLOW DEPTH IN THE BRIDGEHEAD OF A SMALL BRIDGE

Bashkevych Iryna V., Candidate of Engineering Sciences, National Transport University, Department of Bridges and tunnels, hydraulic structures, Assistant Professo, e-mail: iv.bashkevych@gmail.com, +380442807978, https://orcid.org/0000-0001-7640-4317.
Yevseichyk Yurii B., Candidate of Physics and Mathematics, National Transport University, Department of Bridges and tunnels, hydraulic structures, Associate Professor, e-mail: jura_ntu@ukr.net, +380442807978, https://orcid.org/0000-0002-3507-4734.

Medvediev Kostiantyn V., Candidate of Physics and Mathematics, National Transport University, Department of Bridges and tunnels, hydraulic structures, Professor, e-mail: kvmedvediev@gmail.com, +380442807978, https://orcid.org/0000-0002-0704-7093.
Parovenko Oksana M., Candidate of Engineering Sciences, National Transport University, Department of Bridges and tunnels, hydraulic structures, Associate Professor, e-mail:olen[k.lia@gmail.com +380442807978, https://orcid.org/0000-0001-8872-8415.

Abstract. *Introduction*. Hydraulic calculation of bridges is one of the most important stages in determining its basic geometric parameters. Therefore, it should be based on the exact equations of hydraulics that characterize the behavior of water flow. Currently, the hydraulic calculation of a small bridge is based on an empirically established dependence, which is that the compressed depth under the bridge hc is associated with the support *H* approximate dependence $h_c \approx 0{,}5H$ and is independent of the compression of the flow bridge crossing. In this work, it is theoretically proved that taking such a relationship between depths, you can get quite large inaccuracies in determining the depth in the compressed section hc, and hence in determining the speed in the calculated cross section of the bridgehead.
Results. Based on the three basic laws of physics, namely: the law of conservation of mass (continuity equation), the law of conservation of energy (Bernoulli equation), the law of momentum (equation of the momentum change theorem), obtained an analytical relationship that establishes a relationship between compressed depth parameters h_c and support *H* at different degrees of flow compression ε. Based on this dependence, an equation was obtained that establishes the relationship between the flow rate *Q* and the pressure in front of the bridge *H*. The obtained equation is similar in form to the flow equation through a wide-threshold spillway, with the difference that the flow coefficient $m(\varepsilon)$ in the obtained equation depends on the degree of flow compression.
Conclusions. The equation for determining the flow rate through the opening of a small bridge taking into account the flow compression is obtained. It is shown that the obtained equation coincides in form with the flow equation, which determines the flow through a wide-threshold spillway. The difference between these equations is that the flow coefficient $m(\varepsilon)$ is a function of the flow compression coefficient ε. Using the boundary transition, it is obtained that $m(\varepsilon)$ can vary from $\frac{1}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}$ to $\sqrt{0{,}5}$. Graphs are presented, which allow to analyze the change of hydraulic characteristics of the flow depending on the compression coefficient ε.

Key words: uniform motion, small bridge, compressed depth, flooding, continuity equation, D. Bernoulli equation, theorem for changing the amount of motion

References

1. Bol'shakov V.A., Kurganovich A.A. Gidrologicheskiye i gidravlicheskiye raschety malykh dorozhnykh sooruzheniy. Kiyev. Vishcha shkola.,1983, 280s. [in Russian].
2. Tkachuk S.H. Hidravlika, hidrolohiya, hidrometriya. Kyiv. «Kafedra»,2013,-391s. [in Ukrainian]
3. Spravochnik po gidravlike. Bol'shakov V.A., Konstantinov YU.M., Popov V.N. i dr. 4-ye izd.- K.: Vishcha shkola,1984.- 342s. [in Russian].
4. Konstantinov N.M., Petrov N.A, Vysotskiy L.I. Hidravlika, hidrolohiya, hidrometriya. Spetsialnye voprosy, Ch.2 – M.Vyshaia shkola. 1987.-432 s. [in Russian].
5. Konstantinov N.M. Gidravlika. K.: Vishcha shkola,1988.- 398s. [in Russian].
6. Chertousov M.D. Gidravlika. – Spetsialnyi kurs, 4-ye uzd.-M.: Gosenergoizdat,1962. -630s. [in Russian].
7. Konstantinov YU.M.,Hizha O.O. Tekhnichna mekhanika ridyny ta hazu. –K.:Vyshcha shkola.-2002.-227s. [in Ukrainian]
8. Chugayev R.R. Gidravlika. -4-ye uzd.-L.: Energoizdat,1982. -670s. [in Russian].